

# Цифровая и компьютерная графика

Методы проецирования:

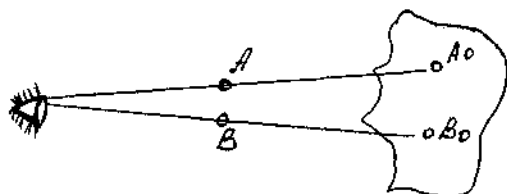
1) центральное проецирование

$A$  - точка в пространстве

$\Pi$  - плоскость

$S$  - центр проецирования

$A_0$  - проекция (о)  $A$  на плоскость



2) параллельное проецирование

$\vec{A}$

$A$

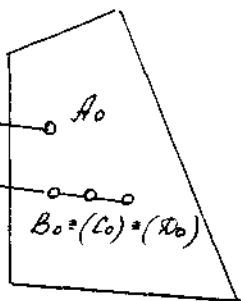
$A_0$

$B$

$C$

$D$

$B_0 = (C_0) = (D_0)$



Конкурирующие точки - это точки лежащие на одной произ. прямой, они конкурируют друг с другом в видимости относительно пл-ти проекц. Видимой будет та кот-ая находится дальше от плоскости проекции.

с-ва // проецирования:

При // проецир. сох. Все с-ва центрального проецир., а также возник. следующие новые свойства:

(с-ва центр. проецир.: 1 а) точка проецир. точкой; б) прямая не проходящая через центр проецир., проецир. прямой (проецир. прямая - точкой); в) плоская фигура, не принадлежащая плоскости, проецир. двумерной фигурой; 2) трехмерн. фиг. отображ. двумерной. 3. центр проецир. фигур сохраняют взаимн. принадлежность, непрерывность 3 при заданном центре произ. фигуры на // плоскостях подобны. 4. центр проецир. установл. соответ. между фигурой и её изобр.)

1. // проецир. взаимно // прямых //, а отношение длин отрезков таких прямых равно отнош. длин их проецир.
2. Плоская фигура, // пл-ти проецир., произ. при // проецир. на эту пл-ть в такую же фигуру.
3. // перенос фигуры в пр-ве или пл-ти проецир. не измен. вида и размеров проецир. фигуры.

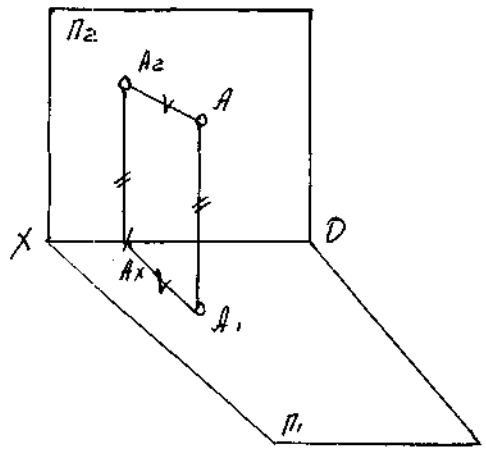
### "Ортогональное проецирование"

Частный случай // проецир., при кот. направл. произ.  $\perp$  пл-ти проецир., наз. ортогон. (прямоуг.) проецированием.

св-во: ортогон. проецир.:

ортогон. проецирование 2-х взаимно  $\perp$  прямых, одна из кот. // пл-ти проецир., а другая не перпендик. ей, взаимно перпендикулярны.

4) Эпюр Монша



$\Pi_1$  - горизонт. пл-ть проекц.  
 $\Pi_2$  - фронт. пл-ть проекц.

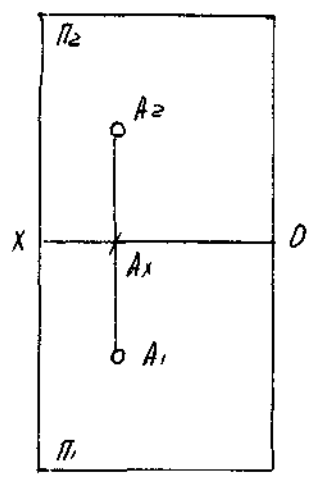
$\Pi_2 \perp \Pi_1$

$x$  - ось проекц.

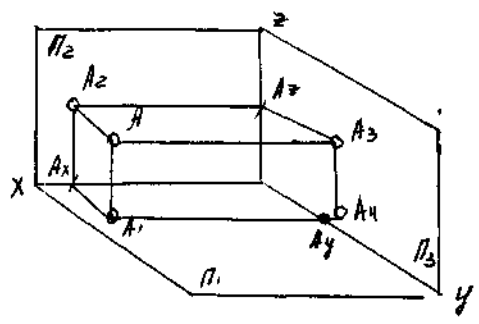
$AA_1 \perp \Pi_1$ ;  $AA_2 \perp \Pi_2$

$A_x$  - координ. т.  $A$

$A_2A_1$  - линия связи, она  
 всегда  $\perp$  оси проекц.

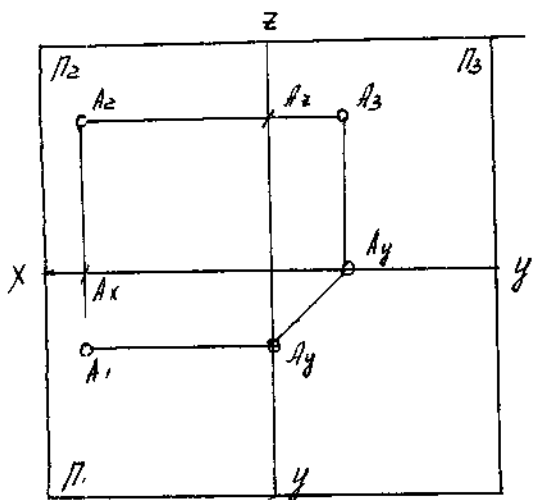


5. Трёхпроекционный комплексный чертёж

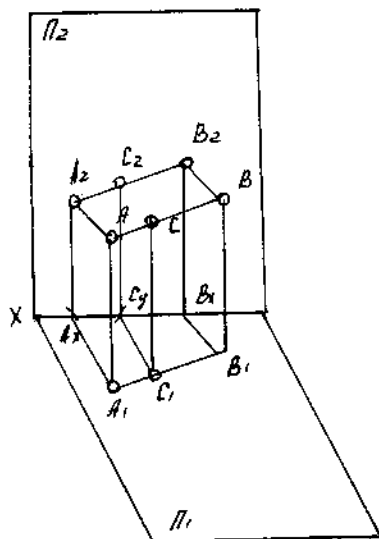


$\Pi_3$  - проф. пл-ть проекц.

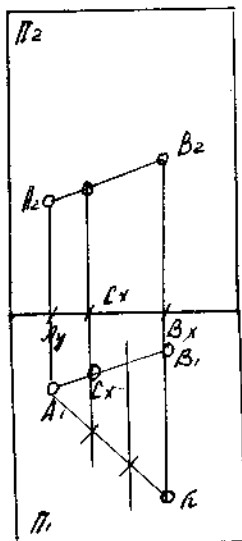
$\Pi_2 \perp \Pi_1$ ;  $\Pi_3 \perp \Pi_1$ ;  $\Pi_3 \perp \Pi_2$



Деление отрезков в заданном соотношении.



$$\frac{AC}{CB} = \frac{1}{2}$$



Теорема Фалеса: Если одна из сторон угла разделена в заданном соотношении и через полученные концы отрезков провести // прямые до пересечения с др. сторонами угла, то она разделится в таком же соотношении.

1. Прямая не параллельна и перпендикулярна к одной из плоскостей проекции. а - прямая общего положения.

2. Прямая  $\parallel$  или  $\perp$  плоскости. наз. прямой частного положения.

2.1 Прямая  $\parallel$  плоскости. наз. прямой уровня.

2.1.1. Прямая  $\parallel$  горизонт. плоскости. наз. прямой гориз. уровня или горизонтальной  $f \parallel \Pi_1$ . а - фронт. проекция.

2.1.2. Прямая  $\parallel$  фронт. плоскости. наз. прямой фронт. уровня или фронтальной  $f \parallel \Pi_2$

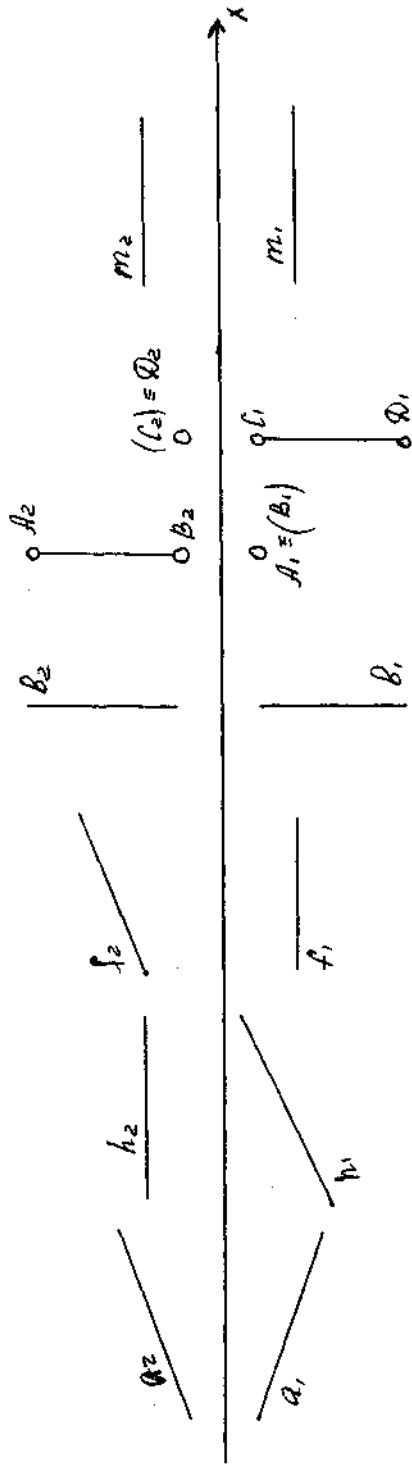
2.1.3. Прямая  $\parallel$  проф. плоскости. наз. профильной прямой  $f \parallel \Pi_3$

2.2. Прямая  $\perp$  плоскости. наз. проецирующей.

2.2.1. Прямая  $\perp$  гориз. плоскости. наз. горизонт. проекция. АВ  $\perp \Pi_1$

2.2.2. Прямая  $\perp$  фронт. плоскости. наз. фронт. проекция. CD  $\perp \Pi_2$

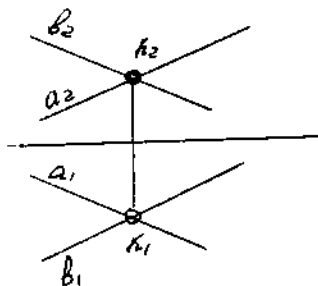
2.2.3. Прямая  $\perp$  проф. плоскости. наз. профильная проекция. m  $\perp \Pi_3$



## Взаимное положение прямых

### 1) Пересекающиеся прямые

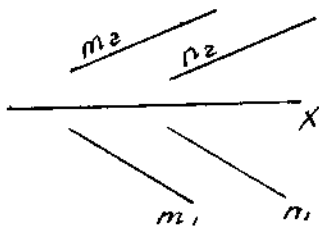
Прямые наз. пересекающимися, если они имеют общ. точку и через них проходит пл-ть. Согласно с-вам парал. проеку., если точка принадлежит проеку. прямой, а это указывает на то, что если прям. пересекаются, то их одноименные проеку. пересекаются и их точки лежат на одной линии связи.



$$\begin{aligned} a_2 \perp b_2 &\rightarrow k_2 \\ a_1 \perp b_1 &\rightarrow k_1 \\ k_1 k_2 &\perp x \\ \underline{a_1 b_1} &\rightarrow k \end{aligned}$$

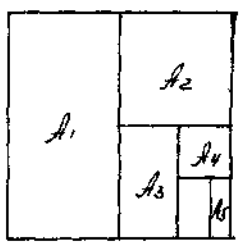
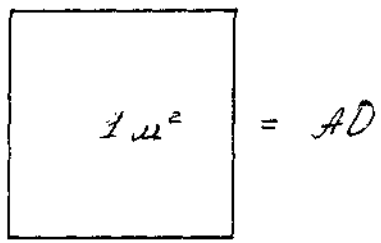
### 2) параллельные прямые

Прямые наз. //, если они не имеют общ. точек и через них можно провести пл-ть. Согласно с-вам парал. проеку., если прямые //, то их одноименные проеку. //; обратно: если проеку. одноим. //, то и прямые //.



$$\left. \begin{aligned} m_2 \parallel n_2 \\ m_1 \parallel n_1 \end{aligned} \right\} m \parallel n$$

1) ГОСТ 2.301 - 68



2) ГОСТ 2 302 - 68  
масштабы

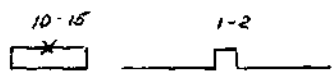
3) ГОСТ 2 303 - 68



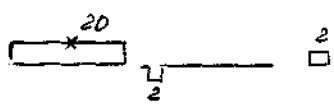
толстые сплошные линии  
 $S = 0,6 - 1,5$



тонкие сплошные линии  
 $s/2 - s/3$



штрихов. линии  
 $s/2 - s/3$



штрихов. пункт. линия  
(осевая)  $s/2 - s/3$

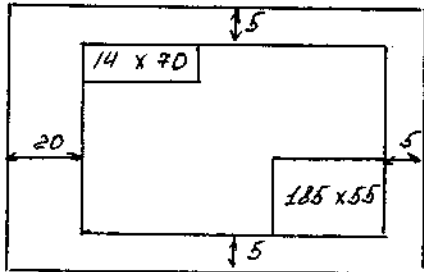


линия обрыва  
 $s/2 - s/3$



$S = 1,5 S'$





Для писмен. раб.  
чертится только  
рамка.

4) ГОСТ 304-81  
шрифты

Прямые - наз. вертикальн. часть букв накл. под  
углом  $90^\circ$

Наклонные - вертикальн. часть букв накл. под  
углом  $75^\circ$

Наклонные и прямые буквы делятся еще на  
2 группы:

Шрифт типа А все исчисл. в 14 долях от  
высоты прописн. букв.

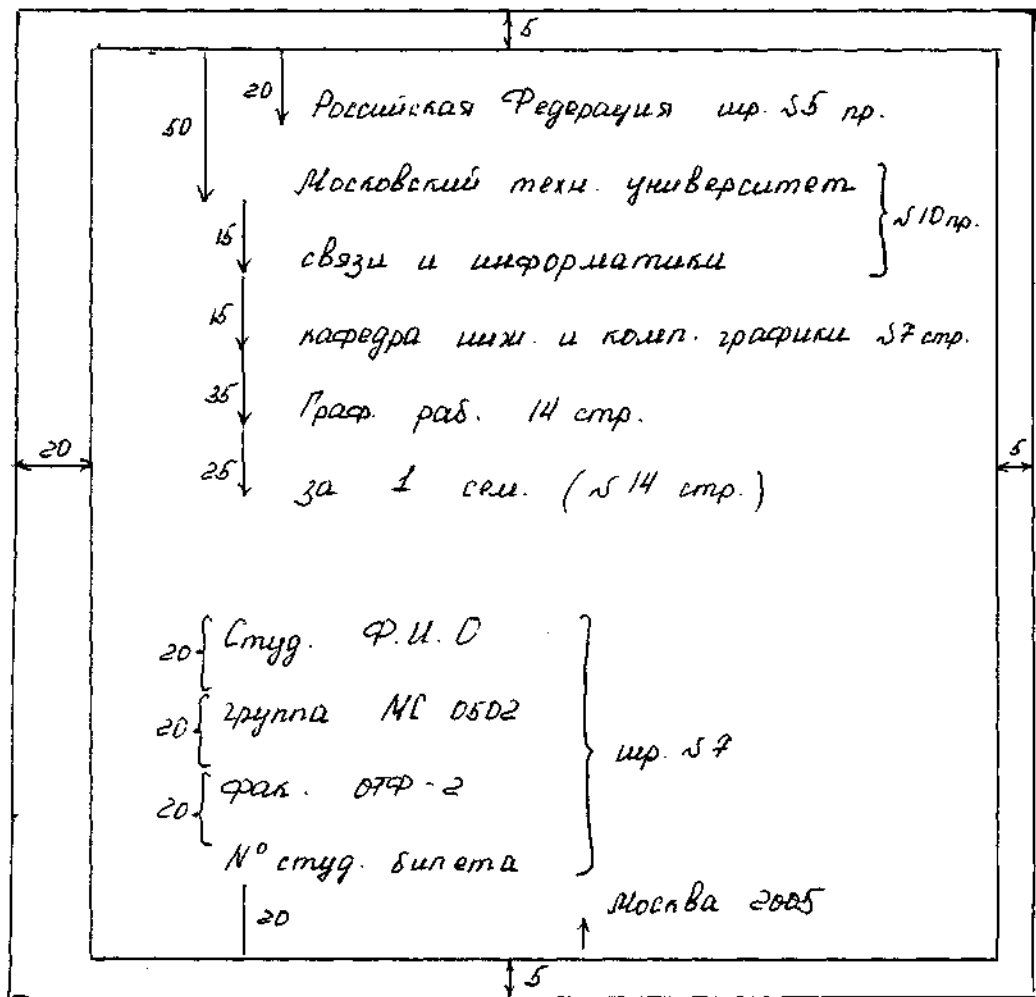
Шрифт типа В все исчисл. в 10 долях от  
высоты прописн. букв.

Мы используем наклонные и шрифт типа В.  
(образец Чекарев стр: 140)

Номера шрифтов : 2,5 ; 3,5 ; 5 ; 7 ; 10 ; 14

14 шрифт высота прописн. буквы 14мм, строи-  
мые буквы пишутся по предшест. шрифту -  
- высота 10мм.

Толщина линий обвода букв =  $\frac{1}{10}$  N° шрифта  
 Расстояние между букв. =  $\frac{2}{10}$  N° шрифта  
 - Расстояние между слов. =  $\frac{6}{10}$  N° шрифта

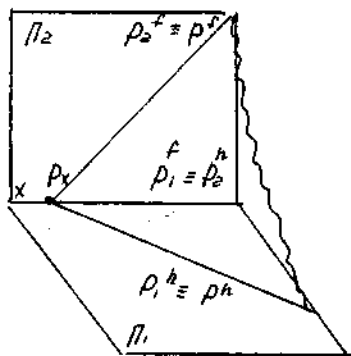


## Плоскость

Способы задания плоскости в пространстве.

- 1) три точки
- 2) точка и прямая
- 3) параллельные прямые
- 4) пересекающиеся прямые
- 5) следы

Следом  $\Pi_1$ -ти на  $\Pi_2$ -ти проекц. наз. прямая по кот.  $\Pi_1$ -ть пересек. с плоскостью проекции.



$$P^f = P \perp \Pi_2 \rightarrow P^f \in \Pi_2$$

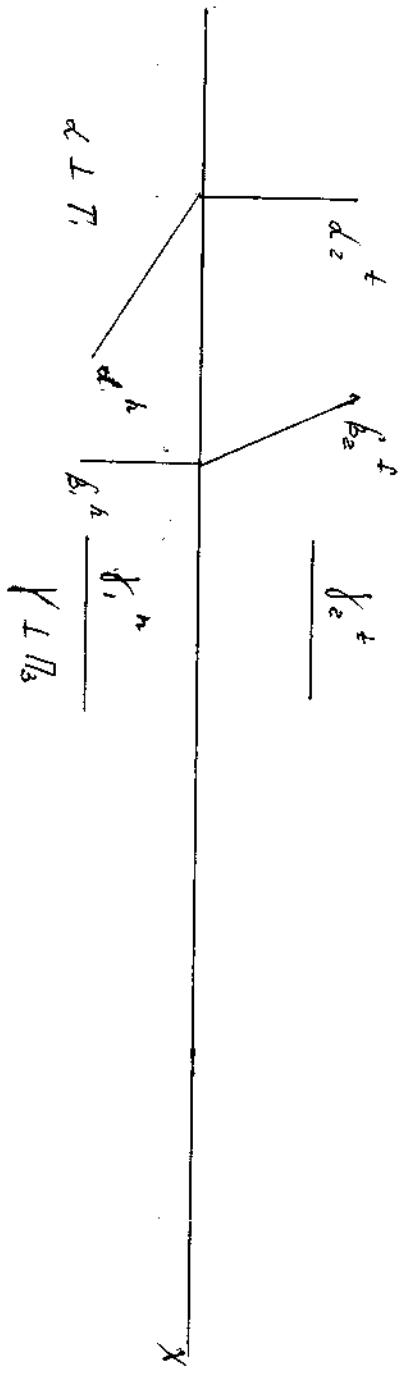
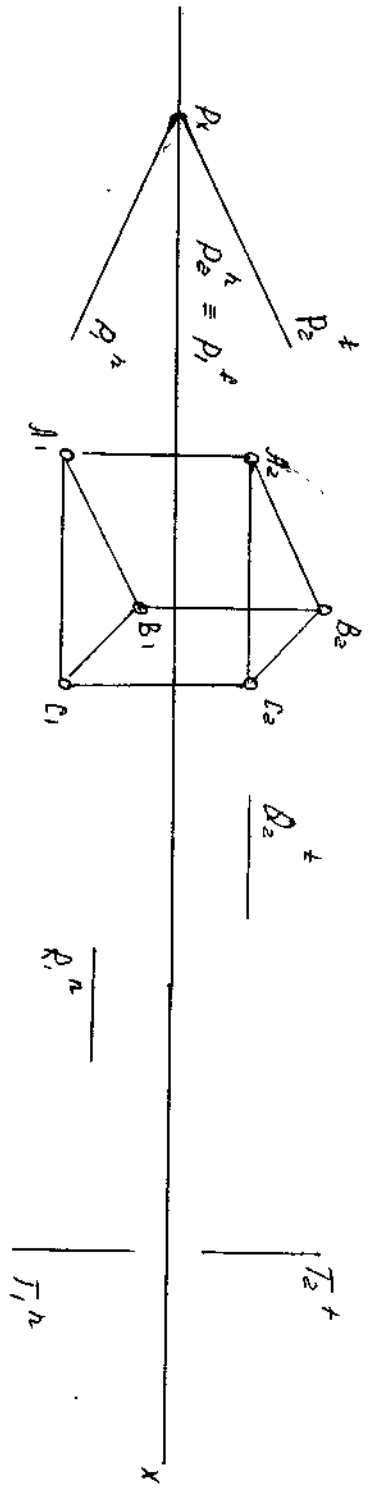
$$P^h = P \perp \Pi_1 \rightarrow P^h \in \Pi_1$$

$$P_2^f \equiv P^f ; P_1^h \equiv P^h$$

$$P_X = P^f \perp P^h ; P_X \in X$$

1. Па - мъ неприя. и неприянд. неприяи из па - еи провцу. ноз.  
па - мъ одуеро подожившя.
2. Па - мъ // паи Л па - ти провцуш ноз. па - мъи диамного  
подожившя.
- 2.1. Па - мъ // па - ти провцу. ноз. поскелетно урившя.
- 2.1.1. Па - мъ // горизонт. па - ти провцу. ноз. па - мъи горизонт.  
урившя.
- 2.1.2. Па - мъ // фронт. па - ти провцу. ноз. па - мъи фронт. урившя.
- 2.1.3. Па - мъ // проф. па - ти провцу. ноз. па - мъи проф. урившя.
- 2.2. Па - мъ Л поскелети провцу. ноз. провцурующяи.
- 2.2.1. Па - мъ Л гориз. поскелети провцу. ноз. горизн. провцу.
- 2.2.2. Па - мъ Л фронт. па - ти провцу. ноз. фронт. провцу.
- 2.2.3. Па - мъ Л проф. па - ти провцу. ноз. проф. провцу.

$D$  - на обугено нодовенула  $\Delta AB\Gamma$  - на обуг. нон.  $G \parallel \Pi$ ,  $R \parallel \Pi_2$   $T \parallel \Pi_3$



$B \perp \Pi_2$   $\Gamma \perp \Pi_3$



Все точки и прямые принадл. произ. пл-ти проку на след её, лежащей в пл-ти на кот. она процир.

Положение прямой принадл. пл-ти в системе пл-ей проекции.

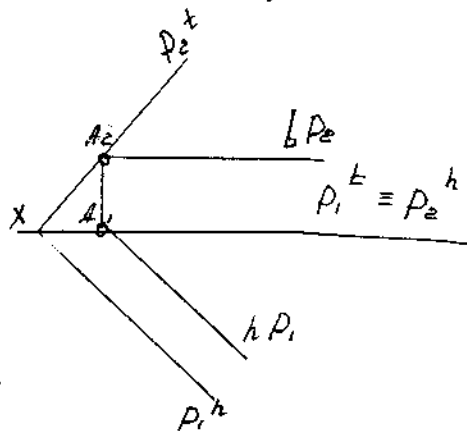
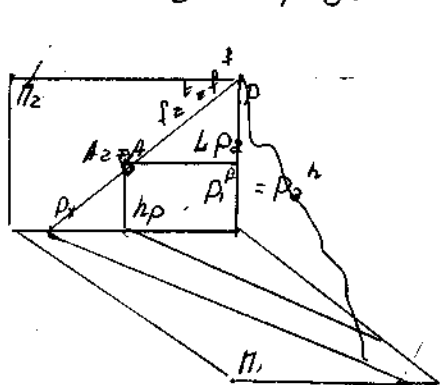
Прямая не  $\parallel$  и не  $\perp$  ни одной из пл-тей проекц. и прин. пл-ти наз. прямой общего полож. в плоск.

Оба расст. этора это прямая общ. положеня сот. в пл-ти общего поп. пл.  $P$  и в пл-ти гориз. проку.  $L$

Прямая  $\parallel$  или  $\perp$  пл-ти проекц. и прин. пл-ти наз. прямой частного полож. пл-ти.

Прямая  $\parallel$  пл-ти проек. и принадл. пл-ти наз. прямой уровня пл-ти.

Прямая  $\parallel$  горизонт. пл-ти проекц. и прин. пл-ти наз. горизонталью пл-ти.

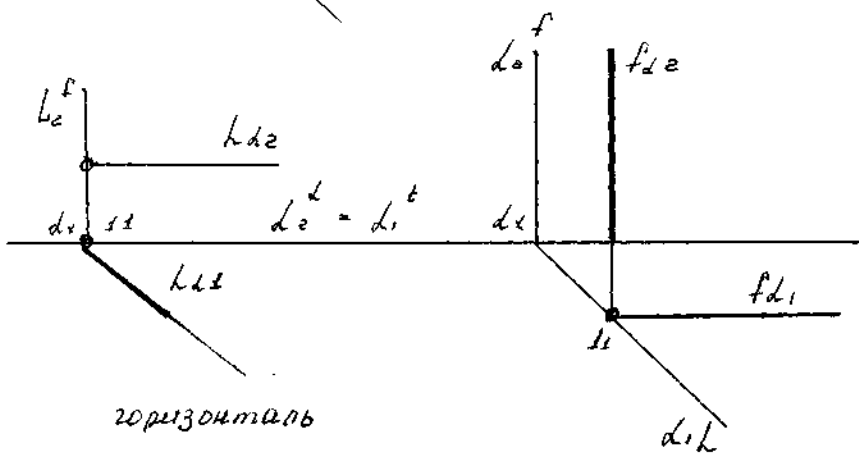
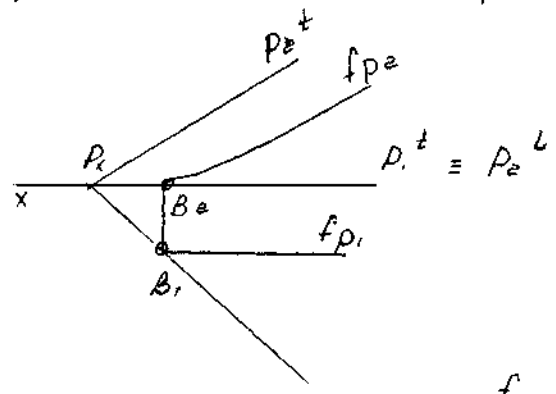


этор гориз. пл-ти общ. полож.

Горизонт. пл-ти // её гориз. следу.

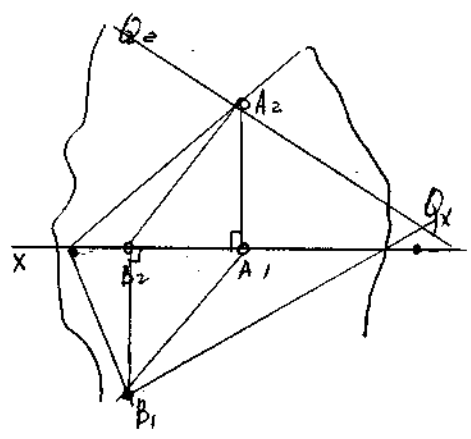
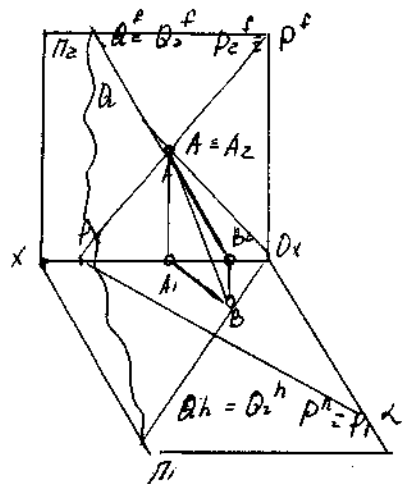
Прямая прих. пл-ти и // фронт. пл-ти  
проеку. наз. фронтальной пл-ти.

Фронталь п-ти // её фронт. следу.



Построение линии  
пересечения пл-тей

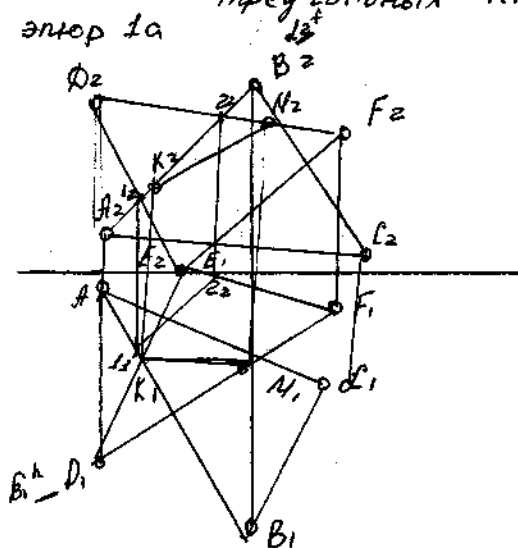




Общий случай построения  
 линии пересечения  $\pi$ -тей.

Построение линии перес. 2-х непрозрач. треугольных плоскостей.

эпюр 1а



$$1) \quad d \perp \Pi_2$$

$$AB \in d$$

$$l_2 = d \cap \epsilon DF$$

$$k = AB \cap l_2$$

$$2) \quad b \perp \Pi_1$$

$$DF \in b$$

$$34 = b \cap \Delta ABC$$

$$M = 34 \cap DF$$

Взаимный  $\perp$  с прямой и плоскостью.

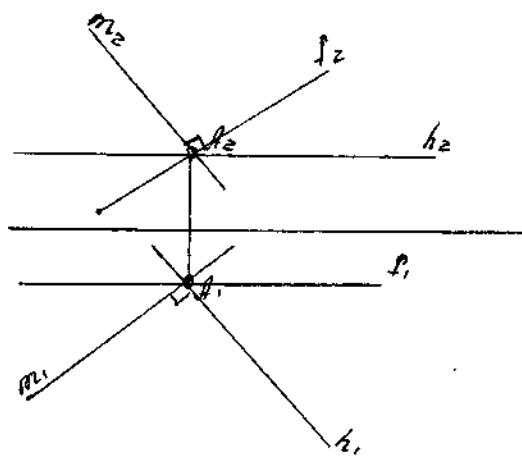
1) Признак  $\perp$  прямой и плоскости

Прямая  $\perp$  плоск., если она  $\perp$   $\geq 2$  прямым лем. в этой плоскости

Если прямая  $\perp$  плоскости, то она  $\perp$  любой прямой лем. в этой плоскости.

Теорема о прямом угле:

Если  $\angle$  из сторон прямог.  $\angle \parallel$  плоск.-проекц., а 2 сторона не  $\perp$  этой плоскости, то прямой  $\angle$  проеу. без искажений.



Дано:  $m, A \in m$

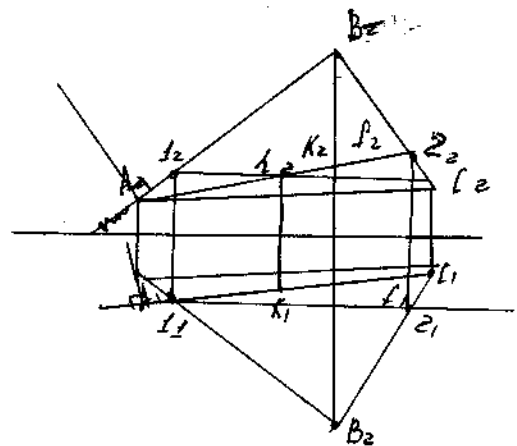
$$d \begin{cases} \perp m \\ A \in d \end{cases}$$

$m \perp d, m \perp k$

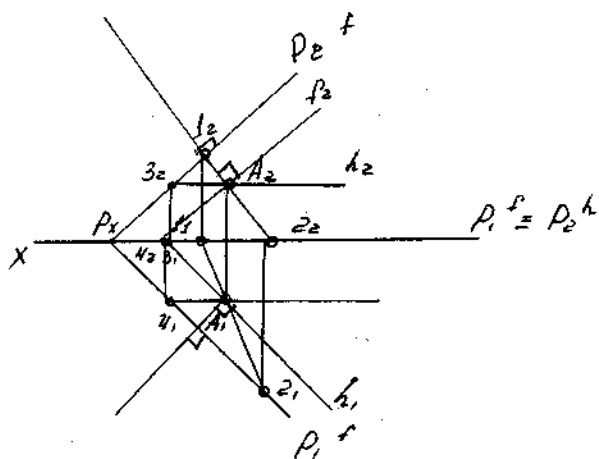
$$\begin{cases} m \perp f_2 \\ m \perp f_1 \end{cases} \rightarrow d: h \perp f$$

Фронт. проекц. передняя плоскости, перпенд.  
 фронт. проекц. фронтальной плоскости

Гориз. проекц. - " - " , горизонт.  $\perp$   
 гориз. проекц. гориз. плоскости



$h_3$  т.  $A \in$  плоскости восстановит  $\perp$  к плоскости



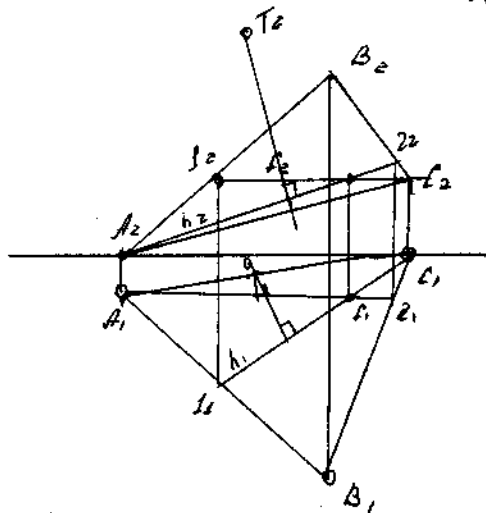
Пусть пл. задана следом. Построить  $\perp$  к этой плоскости

$A \in P$

$\frac{A_2}{\perp \mid P}$   
 $\perp \mid A \in \perp$

1) Проводим пр.  $\perp$   $A_2A_1$

Вывод: Если плоскость задана следом, то фронт. проекция  $\perp$  к плоскости,  $\perp$  фронтальному следу плоскости, а гориз. проекция  $\perp$ ,  $\perp$  гориз. следу плоскости.



$\triangle ABC$ ;  $T \in \triangle ABC$

$\therefore T.c \perp \triangle ABC$

1)  $h_2, h_1$

$f_1, f_2$

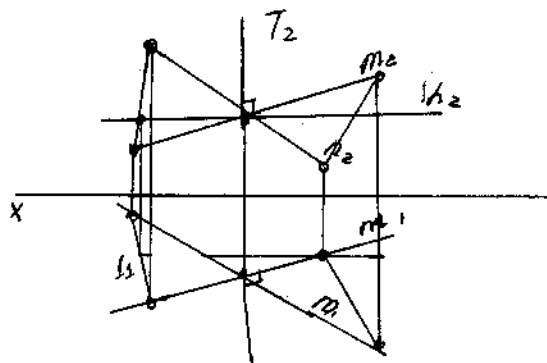
2)  $\perp f_2$

$\perp h_1$

3)  $d \perp \Pi_2$

$d_2^t = d$

Две плоскости взаимно  $\perp$ , если  $\perp$  из них проходит через  $\perp$  к другой плоскости.

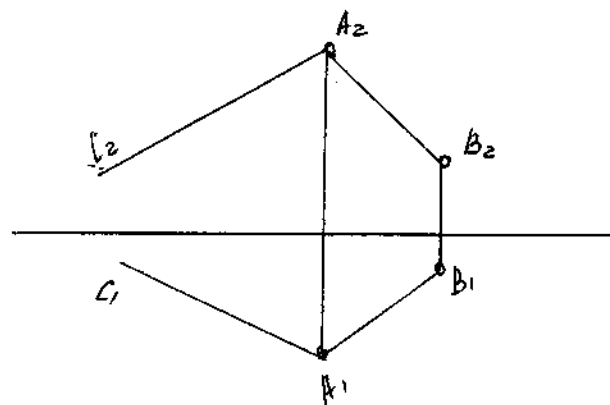


$$\frac{\angle: \text{тлп}}{\beta \perp \angle}$$

$$\beta: \text{рл\ell}$$

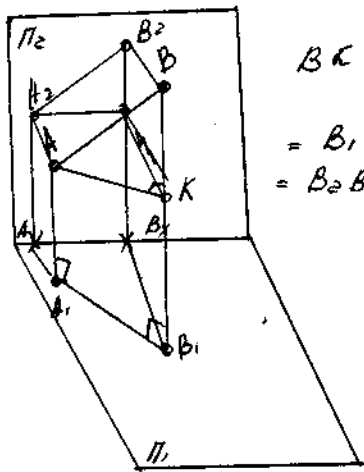
Взаимно перпендикулярные прямые.

При постр. взаимно  $\perp$  прямых, для получ. един. решения необходимо наличие дополнительного условия (требуемая прямая должна  $\chi$  какою нибудь зад. прямую или проходить через зад. точку).

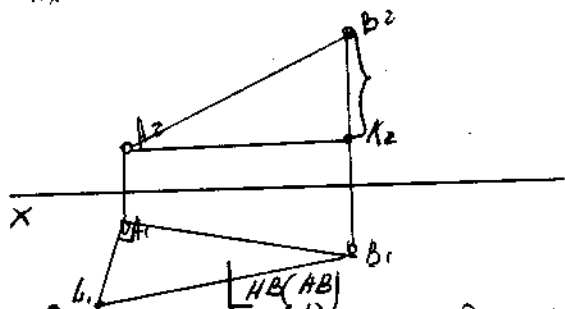


- 1) строится плоскость  $\perp AB$
- 2) стр. т.  $\times$  пересеч. пр.  $\ell$  и постр. плоск.
- 3) Найденная т. есть 3-ья вершина нов. пр.  $\Delta$
- 4) согр. с зад. верш.

# Натуральная величина отрезка:



$$\begin{aligned}
 BK &= B_1B - \perp, K = \\
 &= B_1B - \perp, A = \\
 &= B_2B_x - A_2A_x
 \end{aligned}
 \left| \begin{aligned}
 AB &= \sqrt{AK^2 + BK^2} = \\
 &= \sqrt{A_1B_1^2 + (B_2B_x - A_2A_x)^2}
 \end{aligned} \right.$$



Есть элор  $AB$ , опред. его величину.

$A_2K_2 \parallel$  оси  $X$

$B_2K_2$  - разность удал. концов отр.  $AB$  от плоскости  $\Pi_1$ .

Рассмотренный метод опред. нат. вел. отрезка наз. методом прям.  $\Delta$ .

(раз. п. 54)