22. $2x^2+2y^2+4xy+8x+8y+1=0$

23. $-x^2-y^2+2xy+2x-2y+1=0$

24. $2x^2+2y^2-4xy-8x+8y+1=0$

25. $3x^2+3y^2+2xy-12x-4y+1=0$

26. $-4xy+8x+8y+1=0$

27. $2x^2+2y^2-2xy+6x-6y-6=0$

28. $x^2+y^2+4xy+4x+2y-5=0$

29. $4xy+4x-4y+4=0$

30. $3x^2+3y^2-4xy+4x+4y+1=0$

Редактор Г.В.Курьянчик

Подписано в печать I2.05.94. Формат 60x84/I6. Печать офсетная.
Объем I,I усл.п.л. Тираж I500 экз. Изд. № 26. Заказ 263.
Цена р.

ООП МП "Информсвязьиздат". Москва, ул. Авиамоторная, 8.

МИНИСТЕРСТВО СВЯЗИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Московский технический университет связи и информатики
Кафедра математического анализа

Контрольные задания

ПО ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ И АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

для студентов I курса

Москва I994

План УМД 1994/95 уч.г.

Контрольные задания

ПО ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ И АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

Составители: Арутюнян Р.В.
Зубова М.Н.
Макаров П.В.
Хазизова Н.С.

Издание утверждено на заседании кафедры I6 марта 1993 г.
Протокол № 7.

Рецензент Суетин П.К.

З а д а ч а I0

Исследуйте кривую второго порядка и постройте ее.

I. $-x^2-y^2+4xy+2x-4y+1=0$

2. $2x^2+2y^2-2xy-2x-2y+1=0$

3. $4xy+4x-4y=0$

4. $-2x^2-2y^2+2xy-6x+6y+3=0$

5. $-3x^2-3y^2+4xy-6x+4y+2=0$

6. $-2xy-2x-2y+1=0$

7. $-x^2-y^2-4xy-4x-2y+2=0$

8. $-4x^2-4y^2+2xy+10x-10y+1=0$

9. $4xy+4x-4y-2=0$

I0. $x^2+y^2+2xy-8x-8y+1=0$

II. $x^2+y^2+4xy-8x-4y+1=0$

I2. $x^2+y^2-2xy-2x+2y-7=0$

I3. $2xy+2x+2y-3=0$

I4. $4x^2+4y^2+2xy+12x+12y+1=0$

I5. $3x^2+3y^2+4xy+8x+12y+1=0$

I6. $x^2+y^2-8xy-20x+20y+1=0$

I7. $3x^2+3y^2-2xy-8x+2y+1=0$

I8. $4xy+4x+4y+1=0$

I9. $3x^2+3y^2-4xy+6x-4y-7=0$

20. $-4xy-4x+4y+6=0$

2I. $5x^2+5y^2-2xy+10x-2y+1=0$

8. $3x_1^2+x_2^2-\frac{3}{2}x_3^2+2\sqrt{3}x_1x_2-x_1x_3+\sqrt{3}x_2x_3$

9. $-x_1^2-x_2^2-3x_3^2-2x_1x_2-6x_1x_3+6x_2x_3$

10. $x_1^2-7x_2^2+x_3^2-4x_1x_2-2x_1x_3-4x_2x_3$

11. $\frac{5\sqrt{2}}{4}x_1^2+\frac{5\sqrt{2}}{4}x_2^2+\frac{3\sqrt{2}}{2}x_3^2+\frac{\sqrt{2}}{2}x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3$

12. $3x_1^2-7x_2^2+3x_3^2+8x_1x_2-8x_1x_3-8x_2x_3$

13. $x_1^2+5x_2^2+x_3^2-4x_1x_2+5\sqrt{2}x_1x_3+\sqrt{2}x_2x_3$

14. $x_1^2+x_2^2+x_3^2-\frac{4}{3}x_1x_2-\frac{8\sqrt{2}}{3}x_2x_3$

15. $-2x_1^2+2x_2^2-2x_3^2-4x_1x_2+5\sqrt{2}x_1x_3+\sqrt{2}x_2x_3$

16. $-\frac{1}{2}x_1^2+5x_2^2-\frac{1}{2}x_3^2-4x_1x_2+3x_1x_3+4x_2x_3$

17. $x_1^2+x_2^2-x_3^2-4x_1x_3+4x_2x_3$

18. $-2x_1^2+2x_2^2-2x_3^2+4x_1x_2-6x_1x_3+4x_2x_3$

19. $2x_1^2+3x_2^2+2x_3^2-8x_1x_2-4\sqrt{2}x_1x_3+2\sqrt{2}x_2x_3$

20. $-4x_1^2+x_2^2-4x_3^2+4x_1x_2-4x_1x_3+4x_2x_3$

21. $10x_1^2+14x_2^2+7x_3^2+10x_1x_2-\sqrt{2}x_1x_3-5\sqrt{2}x_2x_3$

22. $\frac{3}{2}x_1-5x_2^2+\frac{3}{2}x_3^2+4x_1x_2-x_1x_3-4x_2x_3$

23. $x_1^2+x_2^2+2x_3^2+4x_1x_2+2\sqrt{2}x_1x_3-2\sqrt{2}x_2x_3$

24. $2x_2^2-3x_3^2-2\sqrt{3}x_1x_2-4x_1x_3+4\sqrt{3}x_2x_3$

25. $x_1^2+x_2^2+x_3^2+\frac{4}{3}x_1x_2+\frac{8\sqrt{2}}{3}x_2x_3$

26. $x_1^2+x_3^2+8x_1x_2+4\sqrt{2}x_1x_3-2\sqrt{2}x_2x_3$

27. $5x_1^2+13x_2^2+5x_3^2+4x_1x_2+8x_2x_3$

28. $2x_1^2+2x_2^2+2x_3^2+\frac{2}{3}x_1x_2+\frac{4\sqrt{2}}{3}x_2x_3$

29. $5x_1^2+4x_2^2+2x_3^2-4x_1x_2-2\sqrt{2}x_1x_3+4\sqrt{2}x_2x_3$

30. $-2x_1^2+5x_2^2-2x_3^2+4x_1x_2+4x_2x_3$

Контрольные задания выполняются студентами в первом семестре и охватывают 10 задач, индивидуальных для каждого студента.

Задача 1

На плоскости заданы прямая ℓ и точка A, отстоящая от нее на расстоянии h. Выбрав подходящим образом систему координат, составьте уравнение геометрического места точек плоскости, отношение расстояний которых до точки A и до прямой ℓ есть величина постоянная, равная K. Определите, какую кривую описывает составленное уравнение, постройте ее.

1.	$h=2$,	$K=3$	2.	$h=4$,	$K=\sqrt{\frac{2}{3}}$
3.	$h=3$,	$K=1$	4.	$h=3$,	$K=2$
5.	$h=1$,	$K=1$	6.	$h=5$,	$K=\sqrt{2}$
7.	$h=\sqrt{10}$,	$K=1$	8.	$h=2$,	$K=\sqrt{3}$
9.	$h=\sqrt{2}$,	$K=\sqrt{2}$	10.	$h=\sqrt{3}$,	$K=\frac{1}{\sqrt{3}}$
11.	$h=\frac{3}{\sqrt{2}}$,	$K=\sqrt{2}$	12.	$h=4$,	$K=1$
13.	$h=7$,	$K=2\sqrt{2}$	14.	$h=1$,	$K=\frac{1}{\sqrt{2}}$
15.	$h=6$,	$K=\frac{1}{\sqrt{6}}$			

На плоскости заданы две точки A и B $(AB=m)$. Выбрав подходящим образом систему координат, составьте уравнение геометрического места точек плоскости, сумма квадратов расстояний которых до двух заданных точек A и B равна a^2. Определите, какую кривую описывает полученное уравнение, постройте ее. При любых ли данных задача имеет решение?

16.	$m=2$,	$a^2=10$	17.	$m=4$,	$a^2=26$
18.	$m=1$,	$a^2=13$	19.	$m=3$,	$a^2=9$
20.	$m=5$,	$a^2=25$	21.	$m=\sqrt{2}$,	$a^2=21$
22.	$m=\sqrt{12}$,	$a^2=104$	23.	$m=\sqrt{8}$,	$a^2=6$

На плоскости заданы две точки A и B $(AB=c)$. Выбрав подходящим образом систему координат, составьте уравнение геометрического места точек плоскости, отношение расстояний кото-

264

рых соответственно до точки A и точки B есть величина постоянная, равная K. Определите, какую кривую описывает полученное уравнение, постройте ее.

24. $c = 2,\quad K = \frac{2}{5}$ 25. $c = 4,\quad K = 3$
26. $c = 6,\quad K = 2$ 27. $c = 2,\quad K = \frac{1}{2}$
28. $c = 4,\quad K = 4$ 29. $c = 3,\quad K = 5$
30. $c = 1,\quad K = \frac{1}{3}$

Задача 2

Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, определите вид кривой, укажите координаты фокусов (если они имеются), эксцентриситет, запишите уравнения директрис, постройте кривую.

1. $3x^2 - 2y^2 + 12x + 4y + 4 = 0$
2. $49x^2 + 25y^2 - 98x + 150y - 951 = 0$
3. $2x^2 + 12x + 8y + 9 = 0$
4. $5y^2 - 20y + 11 = 0$
5. $2x^2 + 28x + 99 = 0$
6. $11x^2 + 3y^2 - 22x - 6y + 15 = 0$
7. $4x^2 - 3y^2 + 8x - 12y + 4 = 0$
8. $9y^2 - 30y + 25 = 0$
9. $7x^2 + 3y - 14x + 13 = 0$
10. $9x^2 + 4y^2 - 36x + 16y + 16 = 0$
11. $2x^2 - 3y^2 + 32x - 12y + 116 = 0$
12. $2x^2 + 5y^2 - 20x - 20y + 70 = 0$
13. $4x^2 - 8x - 5 = 0$
14. $x^2 + 4y^2 - 10x + 24y + 57 = 0$
15. $x^2 - 25y^2 + 2x + 100y - 124 = 0$
16. $y^2 - 3x + 2y - 13 = 0$
17. $4x^2 - y^2 - 24x - 2y + 35 = 0$

13. $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 14. $\begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 15. $\begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

16. $\begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 4 & -1 & 4 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ 17. $\begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 18. $\begin{pmatrix} 13 & 2 & -2 \\ 6 & 9 & -6 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

19. $\begin{pmatrix} 7/3 & 2/3 & -2/3 \\ 4/3 & 5/3 & -2/3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 20. $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2/3 & 7/3 & -4/3 \\ 2/3 & -2/3 & 5/3 \end{pmatrix}$ 21. $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 2/3 & 13/3 & -4/3 \\ 2/3 & -2/3 & 11/3 \end{pmatrix}$

22. $\begin{pmatrix} 19/3 & 2/3 & -2/3 \\ 2 & 5 & -2 \\ 2/3 & -2/3 & 11/3 \end{pmatrix}$ 23. $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 24. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

25. $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 26. $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ 27. $\begin{pmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

28. $\begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ -2/3 & 5/3 & -2/3 \\ -2/3 & 2/3 & -13/3 \end{pmatrix}$ 29. $\begin{pmatrix} 5/3 & -2/3 & -4/3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2/3 & 2/3 & 7/3 \end{pmatrix}$ 30. $\begin{pmatrix} 7 & -4 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$

Задача 9

Приведите квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием.

1. $4x_2^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3$
2. $4x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 + 2\sqrt{3}\,x_2x_3$
3. $2x_1^2 + 2x_2 + 2x_3^2 + 8x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3$
4. $2x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_2x_3$
5. $-4x_1^2 - 4x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3$
6. $x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 2\sqrt{3}\,x_2x_3$
7. $4x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3$

16. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 17. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 18. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

19. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 20. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 21. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

22. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 23. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 24. $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

25. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ 26. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ 27. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

28. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 29. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 30. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

З а д а ч а 8

Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы.

1. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ 5. $\begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ 6. $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

7. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ 8. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ 9. $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

10. $\begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ 11. $\begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 12. $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

18. $7x^2+7y^2+14x-56y+115=0$
19. $6x^2+5y^2-48x+10y+101=0$
20. $9x^2+y^2+36x+27=0$
21. $4x^2-25y^2+16x-50y-109=0$
22. $16x^2+100y^2-48x-100y+57=0$
23. $100x^2-16y^2-100x-16y+17=0$
24. $2x^2+3y^2+20x+6y+29=0$
25. $5x^2+9y^2-30x+18y+9=0$
26. $16x^2-9y^2-64x-18y+199=0$
27. $2y^2-x-12y+14=0$
28. $2x^2-3y^2+20x+8y+22=0$
29. $4x^2-y^2+8x-20y+116=0$
30. $7x^2-5y^2-14x-20y+22=0$

З а д а ч а 3

Приведите заданное уравнение поверхности к каноническому виду, определите вид поверхности, схематически постройте. Составьте уравнения проекций на координатные плоскости линии пересечения поверхности с указанной плоскостью.

1. $x^2-z^2+2x-4z-y-3=0$, $x+z=0$
2. $x^2+3y^2+4z^2+18y-8z+31=0$, $x-2y-2=0$
3. $2x^2+2y^2+3z^2-8x+8y-6z+18=0$, $y+2z+2=0$
4. $4x^2+3y^2-24x+24y+84=0$, $3x-y+2z+1=0$
5. $3x^2-36x-2y+98=0$, $x-y+z-11=0$
6. $4z^2-2y^2+8z+4y+1=0$, $x-5=0$
7. $6x^2+4y^2-3z^2-24x+8y+6z+25=0$, $x-2y+4z-4=0$
8. $5z^2-30z+36=0$, $2x+y-z+1=0$
9. $x^2-4y^2-z^2-6x-8y-4z+1=0$, $x+1=0$
10. $2y^2+3z^2+3x-8y+6z+11=0$, $y+z+1=0$
11. $3x^2-7z^2+30x+14z+68=0$, $3x-z+1=0$

12. $3y^2+2z^2+12y-8z+20=0 \quad , \quad 2x+y+3z-2=0$

13. $x^2-3y^2-4z^2+2x-6y-8z-7=0 \quad , \quad 2z-5=0$

14. $8y^2+2z^2+12y-12z+23=0 \quad , \quad x-7=0$

15. $5x^2-4y^2+8y-z-6=0 \quad , \quad z-6=0$

16. $3x^2+2z^2+42x-20z+197=0 \quad , \quad 3x+4y-2z+11=0$

17. $2x^2+y^2+z^2+12x-2z+18=0 \quad , \quad x-y+2z+1=0$

18. $4x^2+y^2+3z^2-8x-6y-30z+100=0 \quad , \quad x+y+z-9=0$

19. $7x^2+z^2-28x-2y+22=0 \quad , \quad y-9=0$

20. $2y^2-z^2+24y+6z+63=0 \quad , \quad z-6=0$

21. $x^2+y^2-z^2-2x-4y+6z-4=0 \quad , \quad 2x-y+1=0$

22. $x^2-2y^2-3z^2-4y-3=0 \quad , \quad z-10=0$

23. $9y^2-z^2-90y-2z+224=0 \quad , \quad x-3=0$

24. $2x^2+12x-y+23=0 \quad , \quad y+z-1=0$

25. $3x^2+12x-y^2+12=0 \quad , \quad z-2=0$

26. $5x^2-10x-z=0 \quad , \quad y-8=0$

27. $x^2+2y^2+4z^2+4y+8z+5=0 \quad , \quad 3y-z+2=0$

28. $x^2+y^2+4x-8y-2z+12=0 \quad , \quad x+3y+2z-2=0$

29. $y^2+z^2-8y+2z+10=0 \quad , \quad y-3=0$

30. $3x^2+2y^2-3z+4y+8=0 \quad , \quad 2x-y-z+2=0$

З а д а ч а 4

Исследуйте систему линейных уравнений. Если она совместна, найдите общее решение системы и укажите какое-нибудь ненулевое частное решение (в случае множества решений).

1. $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3-4x_4=4 \\ x_2-x_3+x_4=-3 \\ x_1+3x_2-3x_4=1 \\ -7x_2+3x_3+x_4=-3 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3x_1+4x_2-5x_3+7x_4=0 \\ 2x_1-3x_2+3x_3-2x_4=0 \\ 4x_1+11x_2-13x_3+16x_4=0 \\ 7x_1-2x_2+x_3+3x_4=0 \end{cases}$

25. $\begin{cases} e_1'=e_1+e_2-7e_3 \\ e_2'=7/8e_1-e_2 \\ e_3'=-e_1+e_2+e_3 \\ x=\{3,-8,8\} \end{cases}$

26. $\begin{cases} e_1'=e_1+e_2-8e_3 \\ e_2'=8/9e_1-e_2 \\ e_3'=-e_1+e_2+e_3 \\ x=\{1,-9,9\} \end{cases}$

27. $\begin{cases} e_1'=e_1+e_2+8/9e_3 \\ e_2'=-8e_1-e_2 \\ e_3'=-e_1+e_2+e_3 \\ x=\{9,9,2\} \end{cases}$

28. $\begin{cases} e_1'=e_1+e_2-9e_3 \\ e_2'=9/10e_1-e_2 \\ e_3'=-e_1+e_2+e_3 \\ x=\{3,-10,10\} \end{cases}$

29. $\begin{cases} e_1'=e_1+e_2+9/10e_3 \\ e_2'=-9e_1-e_2 \\ e_3'=-e_1+e_2+e_3 \\ x=\{10,10,7\} \end{cases}$

30. $\begin{cases} e_1'=e_1+e_2+10e_3 \\ e_2'=10/9e_1-e_2 \\ e_3'=-e_1+e_2+e_3 \\ x=\{1,9,18\} \end{cases}$

З а д а ч а 7

Найдите матрицу в базисе (e_1' , e_2' , e_3'), где $e_1'=e_1-e_2+e_3$, $e_2'=-e_1+e_2-2e_3$, $e_3'=-e_1+2e_2+e_3$, если она задана в базисе (e_1,e_2,e_3).

1. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$
5. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
6. $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

7. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
8. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
9. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

10. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
11. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$
12. $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

13. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
14. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
15. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

11. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 7/8\, e_3 \\ e_2' = 7e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{-12, 6, 1\} \end{cases}$

12. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 8e_3 \\ e_2' = 8/7\, e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{-1, 7, 14\} \end{cases}$

13. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 - e_3 \\ e_2' = 1/2\, e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{-3, 2, 4\} \end{cases}$

14. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 1/2\, e_3 \\ e_2' = -e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{2, 4, 3\} \end{cases}$

15. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 - 2e_3 \\ e_2' = 2/3\, e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{2, 6, -3\} \end{cases}$

16. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 2/3\, e_3 \\ e_2' = -2e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{12, 3, -1\} \end{cases}$

17. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 - 3e_3 \\ e_2' = 3/4\, e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{1, -4, 8\} \end{cases}$

18. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 - 3e_3 \\ e_2' = 3/4\, e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{1, 4, -8\} \end{cases}$

19. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 - 4e_3 \\ e_2' = 4/5\, e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{7, -5, 10\} \end{cases}$

20. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 4/5\, e_3 \\ e_2' = -4e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{5, -5, -4\} \end{cases}$

21. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 - 5e_3 \\ e_2' = 5/6\, e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{1, -6, 6\} \end{cases}$

22. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 5/6\, e_3 \\ e_2' = -5e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{6, 6, 2\} \end{cases}$

23. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 - 6e_3 \\ e_2' = 6/7\, e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{1, 7, -7\} \end{cases}$

24. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 6/7\, e_3 \\ e_2' = -6e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{7, 7, 2\} \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 0 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -2 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 12 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$

6. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1 \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1 \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - 5x_3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 5x_4 = 3 \\ 7x_1 - 5x_2 - 9x_3 + 10x_4 = 8 \end{cases}$

10. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}$

11. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 8 \\ 2x_1 - x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 1 \\ 4x_1 - 7x_2 - 18x_3 + 11x_4 = -13 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 9 \end{cases}$

12. $\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 7 \\ -2x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -11 \\ x_1 + x_3 - 2x_4 = 5 \end{cases}$

13. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 3x_1 - x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 14 \\ 7x_1 - x_2 - 15x_3 - 8x_4 = 26 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 8 \end{cases}$

14. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - 5x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = -4 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 21 \\ 2x_1 + x_3 - 2x_4 = 9 \end{cases}$

15. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 6x_4 = -4 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 - 10x_4 = 5 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -4 \end{cases}$

16. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 8x_4 = 11 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 4x_4 = -3 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -3 \end{cases}$

17. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 13x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 7x_3 + 9x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 \qquad - 10x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$

18. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 10x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 7x_3 \qquad = 0 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0 \\ -x_1 + 9x_2 + 12x_3 - 34x_4 = 0 \end{cases}$

19. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - 5x_3 \qquad = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 7x_4 = 0 \\ 9x_1 + 18x_3 - 9x_4 = 0 \end{cases}$

20. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 11x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 - 18x_4 = 0 \\ 5x_1 \qquad - x_3 - 13x_4 = 0 \end{cases}$

21. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 6x_4 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 0 \\ -4x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$

22. $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 10x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 10x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 \qquad = 0 \\ 7x_1 + 10x_2 + 6x_3 - 10x_4 = 0 \end{cases}$

23. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 7 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 19 \\ -10x_1 - 7x_2 + 11x_3 = -43 \\ x_1 + \qquad x_3 = 5 \end{cases}$

24. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 8x_4 = -4 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \\ -2x_1 + 6x_2 - 8x_3 + 34x_4 = -22 \\ 7x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 2 \end{cases}$

25. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - 14x_4 = 22 \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 = -9 \\ -4x_1 - 3x_2 + 11x_3 - 19x_4 = 17 \\ -5x_1 + \quad 10x_3 - 5x_4 = -5 \end{cases}$

26. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 2 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_4 = 1 \end{cases}$

30. $\bar e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\bar e_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\bar e_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\bar e_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

в пространстве $M_{2,2}$

$\bar x = A = \begin{pmatrix} -7 & 8 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$.

Задача 6

Найти координаты вектора x^* в базисе $(e_1', e_2', e_3')^*$, если он задан в базисе $(e_1, e_2, e_3)^*$.

1. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 2e_3 \\ e_2' = 2e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{6, -1, 3\} \end{cases}$

2. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 3e_3 \\ e_2' = 3/2e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{1, 2, 4\} \end{cases}$

3. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 4e_3 \\ e_2' = 4/3e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{1, 3, 6\} \end{cases}$

4. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 3/2e_3 \\ e_2' = 3e_1 + e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{2, 4, 1\} \end{cases}$

5. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 4/3e_3 \\ e_2' = 4e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{6, 3, 1\} \end{cases}$

6. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 5e_3 \\ e_2' = 5/4e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{1, 4, 8\} \end{cases}$

7. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 5/4e_3 \\ e_2' = 5e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{8, 4, 1\} \end{cases}$

8. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 6e_3 \\ e_2' = 6/5e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{2, 5, 10\} \end{cases}$

9. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 6/5e_3 \\ e_2' = 6e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{10, 5, 1\} \end{cases}$

10. $\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 7e_3 \\ e_2' = 7/6e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \\ x = \{1, 6, 12\} \end{cases}$

---

* Ввиду однообразия задания знаки век. всюду опущены.

24. $\bar e_1 = (1, 1, \ldots, 1, 1, 1)$
$\bar e_2 = (1, 1, \ldots, 1, 1, 0)$
$\bar e_3 = (1, 1, \ldots, 1, 0, 0)$
. . . . .
$\bar e_n = (1, 0, \ldots, 0, 0, 0)$
в пространстве R_n $(n=2k)$
$\bar x = (1, 0, 1, 0, \ldots, 1, 0)$.

25. $\bar e_1 = (1, 1, 1, 1, \ldots, 1)$
$\bar e_2 = (0, 1, 0, 0, \ldots, 0)$
$\bar e_3 = (0, 1, 1, 0, \ldots, 0)$
$\bar e_4 = (0, 1, 1, 1, \ldots, 0)$
. . . . .
$\bar e_n = (0, 1, 1, 1, \ldots, 1)$
в пространстве R_n $(n=2k+1)$
$\bar x = (1, 0, 1, 0, \ldots, 1, 0, 1)$.

26. $\bar e_1 = (1, 1, 1, 1, \ldots, 1)$
$\bar e_2 = (0, 1, 0, 0, \ldots, 0)$
$\bar e_3 = (0, 1, 1, 0, \ldots, 0)$
$\bar e_4 = (0, 1, 1, 1, \ldots, 0)$
. . . . .
$\bar e_n = (0, 1, 1, 1, \ldots, 1)$
в пространстве R_n $(n=2k)$
$\bar x = (1, -1, 1, -1, \ldots, 1, -1)$.

27. $\bar e_1 = (1, 2, 3, \ldots, n)$
$\bar e_2 = (0, 2, 3, \ldots, n)$
$\bar e_3 = (0, 0, 3, \ldots, n)$
. . . . .
$\bar e_n = (0, 0, 0, \ldots, n)$
в пространстве R_n
$\bar x = (1, 1, 1, \ldots, 1)$.

28. $\bar e_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\bar e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\bar e_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $e_4 = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
в пространстве $M_{2,2}$
$\bar x = A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

29. $\bar e_1 = 1$; $\bar e_2 = 2t+3$; $\bar e_3 = t^2+t+5$; $\bar e_4 = t^3$
в пространстве P_4
$\bar x = t^3+t^2+t+1$.

27. $\begin{cases} x_1+2x_2+x_3-x_4+x_5=-1 \\ 3x_1+7x_2+7x_3-6x_4+2x_5=-1 \\ 2x_1-x_2+3x_3-3x_4 \quad =2 \\ 3x_1+5x_2+7x_3-4x_4+2x_5=-1 \\ x_2+x_3-x_4 \quad =0 \end{cases}$

28. $\begin{cases} 12x_1+14x_2-15x_3+23x_4+27x_5=5 \\ 16x_1+18x_2-22x_3+29x_4+37x_5=8 \\ 18x_1+20x_2-21x_3+32x_4+41x_5=9 \\ 10x_1+12x_2-16x_3+20x_4+23x_5=4 \end{cases}$

29. $\begin{cases} 2x_1+x_2+7x_3+3x_4+2x_5=1 \\ 2x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=1 \\ 4x_1+2x_2+3x_3+2x_4+x_5=0 \\ 4x_1+2x_2-5x_3 \quad +2x_5=4 \end{cases}$

30. $\begin{cases} x_1-3x_2+x_3-4x_4+x_5=-4 \\ -2x_1+x_2+3x_3+2x_4-4x_5=0 \\ x_1+2x_2-x_3-2x_4+x_5=1 \\ 3x_1+x_2-x_3+x_4-2x_5=2 \end{cases}$

Задача 5

Выясните, образует ли заданное множество линейное пространство, в котором сумма любых двух элементов $\bar a$ и $\bar b$ $(\bar a \oplus \bar b)$, и произведение $\bar a$ на действительное число α определены указанным образом. В случае положительного ответа укажите нулевой элемент $\bar 0$ данного пространства.

1. Множество всех векторов трехмерного пространства; сумма $\bar a \oplus \bar b = \bar a \times \bar b$ произведение $\alpha \cdot \bar a$ (обычным образом).

2. Множество всех функций $\bar a = f(t)$, $\bar b = g(t)$, принимающих положительные значения; сумма $\bar a \oplus \bar b = f(t)\cdot g(t)$, произведение $\alpha \cdot \bar a = f^{\alpha}(t)$.

3. Множество всех четных функций: $\bar a = f(t)$, $\bar b = g(t)$, заданных на отрезке $[-1; 1]$; сумма $\bar a \oplus \bar b = f(t)\cdot g(t)$, произведение $\alpha \cdot \bar a = \alpha \cdot f(t)$.

4. Множество всех n-компонентных векторов: $\bar a = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $\bar b = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$, сумма $\bar a \oplus \bar b = (x_1\cdot y_1; x_2\cdot y_2, \ldots, x_n\cdot y_n)$, произведение $\alpha \cdot \bar a = (\alpha x_1, \alpha \cdot x_2, \ldots, \alpha \cdot x_n)$.

5. Множество всех диагональных матриц $\bar a = \|a_{ik}\|$, $\bar b = \|b_{ik}\|$ размера $n \times n$, сумма $\bar a \oplus \bar b = \|a_{ik}\| \cdot \|b_{ik}\|$, произведение $\alpha \cdot \bar a = \|\alpha a_{ik}\|$.

6. Множество всех целых чисел; сумма $\bar a \oplus \bar b = a+b$ (обычным образом), произведение $\alpha \cdot \bar a = [\alpha a] = E(\alpha a)$.

7. Множество всех положительных чисел; сумма $\bar a \oplus \bar b = a \cdot b$,

163

произведение $\alpha \cdot \bar{a} = a^{\alpha}$.

8. Множество всех отрицательных чисел; сумма $\bar{a} \oplus \bar{b} = -|a| \cdot |b|$, произведение $\alpha \cdot \bar{a} = -|a|^{\alpha}$.

9. Множество всех действительных чисел; сумма $\bar{a} \oplus \bar{b} = a \cdot b$, произведение $\alpha \cdot \bar{a} = \alpha \cdot a$.

I0. Множество всех дифференцируемых функций $\bar{a} = f(t)$, $\bar{b} = g(t)$, сумма $\bar{a} \oplus \bar{b} = f(t) \cdot g(t)$, произведение $\alpha \cdot \bar{a} = \alpha \cdot f(t)$.

Вводятся обозначения:

I. $P_n(x)$ – пространство всех многочленов

$$p(t) = a_{n-1} t^{n-1} + a_{n-2} t^{n-2} + \ldots + a_1 t + a_0$$

степени меньшей или равной $n-1$ с обычными, известными из элементарной математики операциями над многочленами;

2. $M_{n,m}$ – множество всех матриц размера $n \times m$ с обычными для матриц операциями сложения и умножения на число;

3. R^n – множество всех n -компонентных векторов $\bar{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, операции над которыми вводятся так:

если $\bar{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $\bar{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$,

то $\bar{x} + \bar{y} = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \ldots, x_n + y_n)$,

$\alpha \bar{x} = (\alpha x_1, \alpha x_2, \ldots, \alpha x_n)$

(α – действительное число).

Все элементы этих пространств будем называть общим словом "векторы".

В задачах II–30 требуется доказать, что данная система векторов $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \ldots, \bar{e}_n$ указанного линейного пространства образует базис и найти координаты вектора $\bar{x}$ в данном базисе.

II. $\bar{e}_1 = 2t + 5$; $\bar{e}_2 = 3t^2 + t + 1$; $\bar{e}_3 = -t^2 + 2t$
в пространстве P_3

$\bar{x} = p(t) = 5t^2 + 2t + 1$.

I2. $\bar{e}_1 = 1$; $\bar{e}_2 = t + 1$; $\bar{e}_3 = t^2 + 1$; $\bar{e}_4 = t^3 + 1$; $\bar{e}_5 = t^4 + 1$; $\bar{e}_6 = t^5 + 1$
в пространстве P_6

$\bar{x} = p(t) = t^5 - t^4 - t^3 - t^2 - t + 1$.

I3. $\bar{e}_1 = 1 + t^3$; $\bar{e}_2 = t + t^3$; $\bar{e}_3 = t^2 + t^3$; $\bar{e}_4 = t^3$; $\bar{e}_5 = t^4 - t^3$; $\bar{e}_6 = t^5 + t^3$
в пространстве P_6

$\bar{x} = p(t) = t^5 - t^4 + t^3 - t^2 - t + 1$.

I4. $\bar{e}_1 = 1$; $\bar{e}_2 = t + 1$; $\bar{e}_3 = (t+1)^2$; $\bar{e}_4 = (t+1)^3$; $\bar{e}_5 = (t+1)^4$
в пространстве P_5

$\bar{x} = p(t) = t^4 - 5t^3 + 2t^2 + 1$.

I5. $\bar{e}_1 = 1$; $\bar{e}_2 = 2t + 2$; $\bar{e}_3 = 3t^2 + 3$; $\bar{e}_4 = 4t^3 + 4$; $\bar{e}_5 = 5t^4 + 5$
в пространстве P_5

$\bar{x} = p(t) = t^4 + t^3 + t^2 + t + 1$.

I6. $\bar{e}_1 = 1$; $\bar{e}_2 = t - 2$; $\bar{e}_3 = \frac{(t-2)^2}{2!}$; $\bar{e}_4 = \frac{(t-2)^3}{3!}$
в пространстве P_4

$\bar{x} = p(t) = t^3 + 10t^2$.

I7. $\bar{e}_1 = 1$; $\bar{e}_2 = t - 1$; $\bar{e}_3 = (t-1)^2$; $\bar{e}_4 = (t-1)^3$; $\bar{e}_5 = (t-1)^4$
в пространстве P_5

$\bar{x} = p(t) = t^3 - t^2$.

I8. $\bar{e}_1 = 1$; $\bar{e}_2 = t + 1$; $\bar{e}_3 = t + t^2$; $\bar{e}_4 = t^2 + t^3$; $\bar{e}_5 = t^3 + t^4$; $\bar{e}_6 = t^4 + t^5$
в пространстве P_6

$\bar{x} = p(t) = 10t^5 + 5t^4 - 5t^3$.

I9. $\bar{e}_1 = 1$; $\bar{e}_2 = 1 + t$; $\bar{e}_3 = t + t^2$; $\bar{e}_4 = t^2 + t^3$; $\bar{e}_5 = t^3 + t^4$; $\bar{e}_6 = t^4 + t^5$
в пространстве P_6

$\bar{x} = p(t) = 2t^5 + 3t^4 - 2t^2$.

20. $\bar{e}_1 = 1$; $\bar{e}_2 = t + 2$; $\bar{e}_3 = (t+2)^2$; $\bar{e}_4 = (t+2)^3$; $\bar{e}_5 = (t+2)^4$
в пространстве P_6

$\bar{x} = p(t) = t^4 - t^3 + 3t^2$.

2I. $\bar{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\bar{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$; $\bar{e}_3 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\bar{e}_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
в пространстве $M_{2,2}$

$\bar{x} = A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$.

22. $\bar{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\bar{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\bar{e}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\bar{e}_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
в пространстве $M_{2,2}$

$\bar{x} = A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$.

23. $\bar{e}_1$ = (I, I, ..., I, I, I)
$\bar{e}_2$ = (I, I, ..., I, I, 0)
$\bar{e}_3$ = (I, I, ..., I, 0, 0)
. . . . .
$\bar{e}_n$ = (I, 0, ..., 0, 0, 0)
в пространстве R_n $(n = 2k)$
$\bar{x}$ = (I,-I, I,-I, ..., I,-I).